Problema Cromatic

Fișier de intrare	`cromatic.in`
Fișier de ieșire	`cromatic.out`

Fie $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ un șir de n numere întregi. Pentru fiecare $k \in \{1, 2, \dots, n\}$, definim $min_k = \min\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ și $max_k = \max\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$. Astfel, asociem șirului a un alt șir de intervale închise $minmax = \Big([min_1, max_1],\ [min_2, max_2],\ \dots,\ [min_n, max_n]\Big)$.

Vom spune că șirul a este un *șir cromatic* dacă și numai dacă elementele șirului $minmax$ sunt distincte două câte două, adică nu există două intervale identice în șir.

De exemplu, dacă $a = (7, 4, 9)$, atunci șirul $minmax$ este $\Big([7, 7], [4, 7], [4, 9]\Big)$. Cum nu există 2 intervale identice în $minmax$, șirul a este cromatic. În schimb, dacă $a = (4, 9, 7)$, atunci șirul $minmax$ este $\Big([4, 4], [4, 9], [4, 9]\Big)$. Intervalul $[4, 9]$ se repetă, deci șirul a **nu** este cromatic.

Considerăm toate șirurile cromatice distincte ce se pot forma prin rearanjarea elementelor șirului a și le ordonăm lexicografic. Notăm cu NSC numărul de șiruri astfel obținute. De exemplu, dintre cele 6 permutări ale șirului $a = (7, 4, 9)$, numai $NSC = 4$ sunt cromatice:

1. $(4, 7, 9)$;
2. $(7, 4, 9)$;
3. $(7, 9, 4)$;
4. $(9, 7, 4)$.

Cerință

Dându-se un șir a, nu neapărat cromatic, să se determine:

1. Numărul de șiruri cromatice NSC ce se pot forma prin rearanjarea elementelor șirului a. Întrucât acest număr poate fi foarte mare, se cere NSC modulo 1 000 000 007.
2. Știind că șirul a este cromatic, să se determine poziția $p \in \{1, 2, \dots, NSC\}$ a șirului a în lista ordonată lexicografic a tuturor permutărilor cromatice ale lui a.
3. Dat fiind $q \in \{1, 2, \dots, NSC\}$, să se determine cel de-al q-lea șir cromatic în ordine lexicografică ce se poate obține prin rearanjarea elementelor șirului a.

Date de intrare

Fișierul de intrare `cromatic.in` conține pe prima linie un număr natural $c \in \{1, 2, 3\}$, reprezentând numărul cerinței de rezolvat:

1. Dacă $c = 1$, pe linia a doua vom avea un număr natural n, iar pe linia a treia vom avea n numere naturale separate prin spații, reprezentând un șir **nu neapărat cromatic.**
2. Dacă $c = 2$, pe linia a doua vom avea un număr natural n, iar pe linia a treia vom avea n numere naturale separate prin spații, reprezentând un șir **cromatic.**
3. Dacă $c = 3$, linia a doua va conține numerele n și p separate prin spații, iar linia a treia va conține n numere distincte separate prin spații, reprezentând un șir **nu neapărat cromatic.**

Date de ieșire

Fișierul de ieșire `cromatic.out` trebuie să conțină o singură linie, pe care se va afișa, în funcție de numărul cerinței de rezolvat:

1. Dacă $c = 1$, numărul natural NSC modulo 1 000 000 007;
2. Dacă $c = 2$, numărul natural p, ce reprezintă poziția șirului a în lista ordonată lexicografic a tuturor șirurilor cromatice obținute prin rearanjarea elementelor șirului citit;

3. Dacă $c = 3$, un șir de n numere naturale, separate prin spații, ce reprezintă cel de-al q-lea șir cromatic în ordine lexicografică care se poate obține prin rearanjarea elementelor șirului a.

Restricții

- $2 \leq n \leq 300\,000$;
- $-1\,000\,000\,000 \leq a_i \leq 1\,000\,000\,000$;
- $1 \leq p, q \leq 1\,000\,000\,000$;
- $p, q \in \{1, 2, \ldots, NSC\}$.

#	Punctaj	Restricții
1	9	$c = 1$, $n \leq 20$
2	7	$c = 1$, $21 \leq n \leq 300\,000$
3	10	$c = 2$, $1 \leq p \leq n$
4	10	$c = 2$, $NSC - p \leq n$
5	10	$c = 2$, $n \leq 20$
6	12	$c = 2$, $21 \leq n \leq 300\,000$
7	10	$c = 3$, $1 \leq q \leq n$
8	10	$c = 3$, $NSC - q \leq n$
9	10	$c = 3$, $n \leq 20$
10	12	$c = 3$, $21 \leq n \leq 300\,000$

Exemple

cromatic.in	cromatic.out	Explicații
1 4 1 5 3 8	8	Avem 8 șiruri cromatice distincte: 1: 1 3 5 8 2: 3 1 5 8 3: 3 5 1 8 4: 3 5 8 1 5: 5 3 1 8 6: 5 3 8 1 7: 5 8 3 1 8: 8 5 3 1
2 4 5 3 1 8	5	În lista ordonată lexicografic, șirul citit se găsește pe poziția 5.
3 4 7 5 3 1 8	5 8 3 1	A 7-a soluție în ordine lexicografică este 5 8 3 1